## Aufgaben Serie 2 (2019/20)

**Aufgabe 2-1.** Gesucht ist die kleinste natürliche Zahl $n$, bei der sowohl deren Quersumme $Q(n)$ als auch die Quersumme $Q(n + 1)$ des Nachfolgers $(n + 1)$ durch 11 teilbar sind.

**Aufgabe 2-2.** Jemand hat für einen Einkauf die Hälfte seines verfügbaren Geldes ausgegeben und danach genauso viele Cent wie vorher Euro und halb so viele Euro wie vorher Cent in seinem Portemonnaie. Wie viel Geld hat er nach dem Einkauf?

**Aufgabe 2-3.** Gegeben ist ein Dreieck $ABC$ mit dem Flächeninhalt $A_{ABC} = 1$. Es sei $M$ der Mittelpunkt von $BC$ und $P$ der Mittelpunkt von $AM$. Weiter schneide die Gerade $BP$ die Seite $AC$ in einem Punkt $Q$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $MCQP$.

**Aufgabe 2-4.** Gegeben sei ein Dreieck $ABC$ und auf $AB$ ein Punkt $D$. Man konstruiere einen Punkt $E$ auf einer der beiden anderen Dreieckseiten so, dass $DE$ die Dreieckfläche in zwei flächengleiche Teile zerlegt. Die Konstruktion ist zu beschreiben, zu begründen und zu diskutieren.

**Aufgabe 2-5A.** In der Ebene seien endlich viele Punkte gegeben. Jeden von diesen verbinde man mit seinem nächstgelegenen Punkt durch eine Gerade. Alle Abstände seien verschieden, daher ist es eindeutig, welcher Punkt jedem Punkt am nächsten liegt.

(a) Man zeige: die entstehende Figur enthält keine sich schneidende Strecken.

(b) Man zeige: die entstehende Figur enthält kein geschlossenes Polygon.

*(Hinweis: Ein ebenes Polygon stellt einen Streckenzug $P_1, P_2, .. P_n$ dar. Ist $P_1 = P_n$, so heißt das Polygon geschlossen.)*

(c) Man beweise: Bilden je drei Punkte der gegebenen Menge ein Dreieck, dessen Fläche kleiner oder gleich 1 Flächeneinheit (FE) ist, so gibt es ein Dreieck mit der Fläche von 4 FE, das alle gegebenen Punkte enthält.

**Aufgabe 2-5B.**

(a) Man untersuche, ob es keine, endlich viele oder unendlich viele Tripel natürlicher Zahlen $(k, m, n)$ mit $n > m > 1$ gibt, die die Gleichung $m! \cdot n! = k^2$ erfüllen.

(b) Man beweise: Für jede natürliche Zahl $n > 24$ endet die Zahl $n!$ auf mindestens Nullen.

(c) Man zeige, dass die Dezimalzahl 0,(1!)(2!)(3!)... (also nach dem Komma die Aneinanderreihung der Ziffern der Fakultäten, d.h. 0,1 2 6 24 120...) irrational ist.

*(Hinweis: Eine rationale Zahl hat entweder eine abbrechende oder eine periodische Dezimaldarstellung.)*