## Hallo «Vorname» (Klasse «Kl»),

toll, dass du an der 1. Runde des diesjährigen LOGO-Korrespondenzzirkels teilgenommen hast. Darüber haben wir uns sehr gefreut. Bei der Punktevergabe wurde nicht nur das richtige Ergebnis im Antwortsatz bewertet. Auch für die Herleitung, die Begründung oder die Probe wurden Punkte vergeben.

Rowartung	Teil A				Teil B		
Bewertung	<b>A</b> 1	A2	A3	<b>A</b> 4	B1	B2	В3
Deine Punktzahl	?	?	?	?	?	?	?
Mögliche Punktzahl	3	3	2	3	4	3	2

Du hast insgesamt **? Punkte** von 20 möglichen Punkten erreicht! Das ist ein gutes (10-14 Pkt.) / sehr gutes (15-18 Pkt.) / tolles (19 Pkt.) / ganz tolles (20 Pkt.) Ergebnis!

Wir wünschen dir weiterhin viel Spaß und Erfolg beim Knobeln und Rechnen. Es grüßt dich herzlich

Norman Bitterlich

Vergleiche nun deine Lösungen mit den folgenden Hinweisen.

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

## Teil A: Beobachtungen im Tierpark

**Lösungshinweise zur Aufgabe 1a – Antwortsatz:** Es sind 24 verschiedene Reihenfolgen möglich.

Begründung: Wir kürzen die Stationen mit den Anfangsbuchstaben ab und schreiben T für Tropenhaus, F für Flamingo-Anlage, S für Streichelgehege und K für Kamel-Gehege. Wir schreiben damit alle Reihenfolgen auf:

F-K-S-T, F-K-T-S, F-S-K-T, F-S-T-K, F-T-K-S, F-T-S-K K-F-S-T, K-F-T-S, K-S-F-T, K-S-T-F, K-T-F-S, K-T-S-F S-F-K-T, S-F-T-K, S-K-F-T, S-K-T-F, S-T-F-K, S-T-K-F T-F-K-S, T-F-S-K, T-K-F-S, T-K-S-F, T-S-F-K, T-S-K-F

**Lösungshinweise zur Aufgabe 1b – Antwortsatz:** Es gibt 12 Reihenfolgen der vier Stationen, wenn sie das Streichelgehege und die Flamingo-Anlage unmittelbar nacheinander aufsuchen wollen.

Begründung: Wir streichen in der Liste der möglichen Reihenfolge nach Aufgabe 1a) alle Varianten, in denen die Flamingo-Anlage und das Streichelgehege nicht nebeneinander stehen (es verbleiben also alle unterstrichenen Varianten mit F-S oder S-F).

```
F-K-S-T, F-K-T-S, F-S-K-T, F-S-T-K, F-T-K-S, F-T-S-K

K-F-S-T, K-F-T-S, K-S-F-T, K-S-T-F, K-T-F-S, K-T-S-F

S-F-K-T, S-F-T-K, S-K-F-T, S-K-T-F, S-T-F-K, S-T-K-F

T-F-K-S, T-F-S-K, T-K-F-S, T-K-S-F, T-S-F-K, T-S-K-F
```

Lösungsvariante: Da sie die Flamingo-Anlage und das Streichelgehege unmittelbar nacheinander besuchen wollen, schreiben wir dies als eine Station FS oder SF. Damit können wir wieder alle Reihenfolgen aufschreiben:

```
FS-K-T, FS-T-K, K-FS-T, K-T-FS, T-FS-K, T-K-FS
SF-K-T, SF-T-K, K-SF-T, K-T-SF, T-SF-K, T-K-SF
```

**Lösungshinweise zur Aufgabe 1c – Antwortsatz:** Es gibt 4 Reihenfolgen der vier Stationen, wenn sie das Streichelgehege und die Flamingo-Anlage unmittelbar nacheinander und das Kamel-Gehege zuletzt aufsuchen wollen.

Begründung: Wir streichen in der Liste der möglichen Reihenfolge zusätzlich alle Varianten in Aufgabe 1b), in denen am Ende nicht das Kamel-Gehege steht. Es verbleiben die 4 unterstrichenen Reihenfolgen

Lösungsvariante: Da das Kamel-Gehege erst am Ende des Rundgangs besucht werden soll, müssen wir es bei den Reihenfolgen nicht besonders beachten. Wir müssen also nur die Stationen FS und T bzw. SF und T berücksichtigen (und dann K anhängen):

**Lösungshinweise zur Aufgabe 2 – Antwortsatz:** Insgesamt schlüpften 20 Küken in diesen vier Jahren.

Herleitung: Eine solche Aufgabe können wir durch systematisches Probieren lösen. Für eine übersichtliche Darstellung verwenden wir eine Tabelle.

In die erste Spalte tragen wir ein, wie viele Küken vor drei Jahre geschlüpft sein könnten. Dann verwenden wir die Aussagen aus dem Aufgabentext über die folgenden Jahre und ermitteln die Anzahl der Küken dieser Jahre. Zum Schluss prüfen wir, ob sich damit alle Bedingungen erfüllen lassen.

Da vor drei Jahren "einige Küken" geschlüpft sind, beginnen wir unsere Suche mit 2 Küken:

vor 3 Jahren	vor 2 Jahren	voriges Jahr	dieses Jahr	insgesamt	Vergleich
2	2	2 + 2 = 4	4 + 2 = 6	2 + 2 + 4 + 6 = 14	kein Vielfaches von 5
3	3	3 + 3 = 6	6 + 2 = 8	3 + 3 + 6 + 8 = 20	✓
4	4	4 + 4 = 8	8 + 2 = 10	4 + 4 + 8 + 10 = 26	kein Vielfaches von 5
5	5	5 + 5 = 10	10 + 2 = 12	5 + 5 + 10 + 12 = 32	kein Vielfaches von 5
6	6	6 + 6 = 12	12 + 2 = 14	6 + 6 + 12 + 14 = 38	kein Vielfaches von 5
7	7	7 + 7 = 14	14 + 2 = 16	7 + 7 + 14 + 16 = 44	44 > 40

Beginnen wir in der ersten Spalte mit einer noch größeren Anzahl, so wird die Summe noch größer. Also können wir das Probieren beenden.

Alle Bedingungen sind nur erfüllt, wenn vor 3 Jahren 3 Küken geschlüpft sind.

Lösungsvariante: Wenn du schon mit Variablen rechnen kannst, gelingt auch folgende Herleitung. Wir bezeichnen die Anzahl der Küken, die vor drei Jahren geschlüpft sind, mit der Variablen K. Dann können wir die Aussagen in folgender Form schreiben:

		171
Anzahl	der	KIIKAN
/ \  IZGI	acı	IXAIXOII

vor drei Jahren	K
vor zwei Jahren	K
voriges Jahr	K + K
dieses Jahr	K + K + 2

dieses Jahr K+K+2insgesamt  $K+K+(K+K)+(K+K+2)=6\cdot K+2$ 

Da die gesamte Anzahl kleiner als 40 sein soll, wissen wir bereits, dass K höchstens 6 sein kann (weil  $6 \cdot 7 + 2 = 44$  bereits größer als 40 ist).

Wir prüfen nun, für welches Zahl K die gesamte Anzahl ein Vielfaches von 5 ist.

K	1	2	3	4	5	6
6 · K + 2	8	14	20	26	32	38

Nur für K = 3 ergibt sich eine Anzahl aller Küken, die ein Vielfaches von 5 ist.

Lösungshinweise zur Aufgabe 3 – Antwortsatz: Es waren 20 Erdmännchen zu sehen.

Herleitung: Wir nennen die Anzahl der Erdmännchen E. Aus dem Aufgabentext finden wir:

Anzahl Tiere			15	16	17	18	19	20	21	22	23	
Kreisa	E > 15	-	-	٧	٧	٧	٧	٧	٧	٧	٧	٧
Quadrato	E < 23	V	V	V	V	V	V	V	V	V	-	-

Da sowohl Quadrato als auch Kreisa recht haben, sind es zwischen 16 und 22 Tiere.

Betrachten wir nun die Aussage der Tierpflegerin. Wir verwenden dafür wieder eine Tabelle:

Jungtiere	1	2	3	4	5
erwachsene Tiere	$1 \cdot 4 = 4$	2 · 4 = 8	3 · 4 = 12	4 · 4 = 16	5 · 4 = 20
Gesamtzahl	1+ 4 = 5	2 + 8 = 10	3 + 12 = 15	4 + 16 = 20	5 + 20 = 25
Vergleich	5 < 16	10 < 16	15 < 16	✓	25 > 22

Nur wenn es 20 Tiere sind, können es viermal so viele erwachsene Tiere (16 =  $4 \cdot 4$ ) wie Jungtiere sein.

**Lösungshinweise zur Aufgabe 4 – Antwortsatz:** Zurzeit leben drei Trampeltiere und ein Dromedar im Gehege.

*Herleitung:* Wenn wie beschrieben noch weitere Tiere hinzu kämen, wären es (7 + 5 =) 12 Höcker. Da zurzeit eine ungerade Zahl von Höcker (7) zu sehen sind, ist mindestens ein

Dromedar dabei. Da auch Tiere mit ungerader Zahl von Höcker hinzu kommen, kommt mindestens ein Dromedar hinzu. Somit sind unter den Tieren mit 12 Höckern mindestens zwei Dromedare.

Wir prüfen nun die Varianten, Tiere mit insgesamt 12 Höckern auf die beiden Tierarten aufzuteilen

Anzahl	Verbleibende	Anzahl	Vergleich
Dromedare	Höcker	Trampeltiere	
2	12 – 2 = 10	10 : 2 = 5	2 < 5
3	12 - 3 = 9	nicht möglich	-
4	12 – 4 = 8	8 : 2 = 4	4 = 4
5	12 - 5 = 7	Nicht möglich	-
6	12 - 6 = 6	6:2=3	6 > 3
7	12 - 7 = 5	Nicht möglich	-
8	12 - 8 = 4	4:2=2	8 > 2

Wenn noch mehr Dromedare im Gehege wären, würde die Anzahl der Trampeltiere weiter sinken. Also sind unter den Tieren mit insgesamt 12 Hökern 2 Dromedare und 5 Trampeltiere.

Da zurzeit bereits ein Dromedar im Gehege lebt, leben dazu noch 3 Trampeltiere. Insgesamt haben sie tatsächlich  $(1 + 3 \cdot 2 =) 7$  Höcker.

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

Teil B: Zahlenspiele: Immer 20!

**Lösungshinweise zur Aufgabe 1a – Antwortsatz:** Es gibt 4 Möglichkeiten, 3 Karten mit der Summe 20 zu ziehen.

Begründung: Wir probieren systematisch und erkennen:

Hat Quadrato zuerst die Zahlenkarte mit 1 oder mit 2 gezogen, kann er mit den verbleibenden 2 Karten nicht mehr auf Summe 20 kommen, weil höchsten 8 + 9 = 17 möglich sind.

$$3 + 8 + 9 = 20$$
,  $4 + 7 + 9 = 20$ ,  $5 + 6 + 9 = 20$ ,  $5 + 7 + 8 = 20$ .

Hat Quadrato nur Karten mit Werten größer als 5 gezogen, ist die Summe mindestens 6 + 7 + 8 = 21, also zu groß.

**Lösungshinweise zur Aufgabe 1b – Antwortsatz:** Es gibt 12 Möglichkeiten, mit 4 Zahlenkarten die Summe 20 zu erreichen. Es genügte aber für diese Aufgabe, 3 Möglichkeiten davon anzugeben.

```
1+2+8+9=20, 1+3+7+9=20, 1+4+6+9=20, 1+4+7+8=20, 1+5+6+8=20, 2+3+6+9=20, 2+3+7+8=20, 2+4+5+9=20, 2+4+6+8=20, 2+5+6+7=20, 3+4+5+8=20, 3+4+6+7=20.
```

**Lösungshinweise zur Aufgabe 1c – Antwortsatz:** Wenn Quadrato die 6 kleinsten Zahlenkarten gezogen hat, beträgt deren Summe bereits (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 =) 21. Bei jeder anderen Auswahl wird die Summe sogar noch größer.

Quadrato kann also mit 6 Karten nicht die Summe 20 erreichen.

**Lösungshinweise zur Aufgabe 1d – Antwortsatz:** Herr Raute hat sicherlich beobachtet, dass die Summe der 9 Zahlenkarten insgesamt (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 =) 45 beträgt. Wenn Kreisa also Zahlenkarten mit der Summe 20 gezogen hat, verbleiben noch Zahlen mit der Summe (45 - 20 =) 25. Doch die Behauptung von Herrn Raute stimmt nicht.

Um zu begründen, dass Frau Dreieck recht hat, genügt es ein Beispiel anzugeben, dass die Behauptung von Herrn Raute widerlegt.

Wenn zum Beispiel Kreisa die Zahlenkarten 3, 4, 5 und 8 mit der Summe 3 + 4 + 5 + 8 = 20 gezogen hat, verbleiben die Karten mit den Zahlen 1, 2, 6, 7 und 9. Damit kann Quadrato aber nicht die Summe 20 erreichen, denn 6 + 7 + 9 = 22 ist bereits größer als 20. Aber wenn er eine dieser Zahlenkarten durch 1 + 2 ersetzt, kann er höchstens die Summe 19 erreichen:

$$1 + 2 + 7 + 9 = 19$$
,  $1 + 2 + 6 + 9 = 18$ ,  $1 + 2 + 6 + 7 = 16$ .

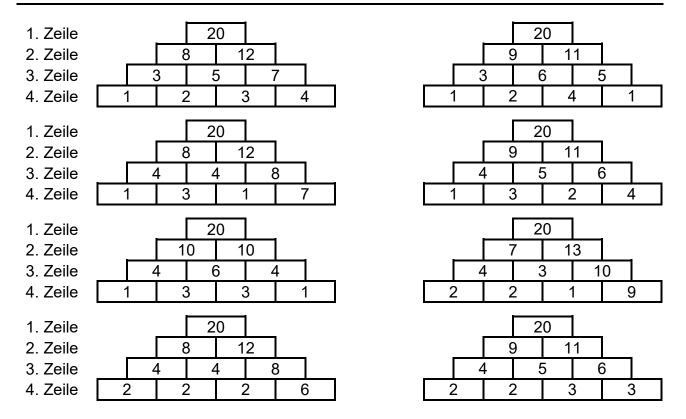
**Lösungshinweise zur Aufgabe 2a – Antwortsatz:** Quadrato könnte in die untere Zeile die Zahlen 2 - 3 - 2 - 3 geschrieben haben.

Begründung: Wir prüfen, ob mit dieser Belegung die Rechenmauer korrekt ausgefüllt werden kann (so dass in der ersten Zeile 20 zu sehen ist).

1. Zeile				2	0		_	
2. Zeile	_		1	0	1	0		_
3. Zeile		Ę	5	Ę	5	5	5	
4. Zeile	2	)	(')	3	4	2	(')	3

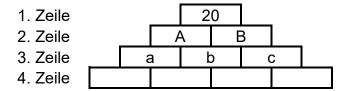
Es gibt viele andere Möglichkeiten, hier einige Beispiele:

<ol> <li>Zeile</li> <li>Zeile</li> <li>Zeile</li> <li>Zeile</li> </ol>	20 4 16 2 2 14 1 1 1 13	20 5 15 2 3 12 1 1 2 10
1. Zeile 2. Zeile 3. Zeile 4. Zeile	20 6 14 2 4 10 1 1 3 7	20 7 13 2 5 8 1 1 4 4
<ol> <li>Zeile</li> <li>Zeile</li> <li>Zeile</li> <li>Zeile</li> </ol>	20 8 12 2 6 6 1 1 5 1	20 7 13 3 4 9 1 2 2 7



**Lösungshinweise zur Aufgabe 2b – Antwortsatz:** Die kleinstmögliche Summe in der dritten Zeile beträgt 14.

Herleitung: In den Beispielen haben wir Summen von 14 bis 18 gefunden. Wir setzen zunächst Buchstaben statt Zahlen in die Felder der 2. und 3. Zeile.



Nach den Regeln für die Rechenmauer gilt

$$A + B = 20$$
  
a + b = A, b + c = B

Wir erkennen, dass damit  $a + 2 \cdot b + c = 20$  gelten muss. Wir probieren nun verschiedene Werte für b aus:

Fall b = 1 ist nicht möglich, weil in der 4. Zeile unter b eine Null erforderlich wäre

Fall b = 2 führt zu a + c = 
$$20 - 2 \cdot 2 = 16$$
, also a + b + c =  $18$ .  
Fall b = 3 führt zu a + c =  $20 - 2 \cdot 3 = 14$ , also a + b + c =  $17$ .  
Fall b = 4 führt zu a + c =  $20 - 2 \cdot 4 = 12$ , also a + b + c =  $16$ .  
Fall b = 5 führt zu a + c =  $20 - 2 \cdot 5 = 10$ , also a + b + c =  $15$ .

Fall b = 6 führt zu  $a + c = 20 - 2 \cdot 6 = 8$ , also a + b + c = 14. Auch damit können wir die Rechenmauer beschriften.

1. Zeile		_		2	0			
2. Zeile	_		1	0	1	0		_
3. Zeile		4	ļ	6	3	4	ļ	
4. Zeile	1		3	3		3	•	1

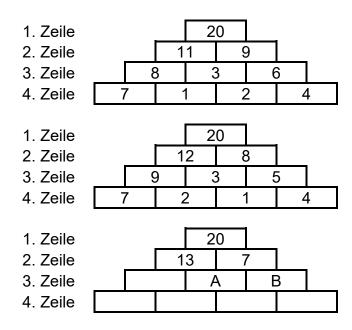
Fall b = 7 führt zu a + c =  $20 - 2 \cdot 7 = 6$ . Da in der 3. Zeile aber keine 0 oder 1 stehen darf, verbleiben nur die Möglichkeiten a = 2 und c = 4, a = 3 und c = 3 oder a = 4 und c = 2. Doch dafür können wir die 4. Zeile nicht so ausfüllen, dass b = 7 als Summe der darunter stehenden Felder entsteht, zum Beispiel

1. Zeile		_	2	0			
2. Zeile		Ç	9	1	1		_,
3. Zeile		2	7	7	4	1	
4. Zeile	1	,	1	•	?		

Für noch größere Zahlen für b können wir die Rechenmauer ebenfalls nicht ausfüllen.

Hinweis: Wenn du als kleinstmögliche Summe 15 angegeben hast, wurde dennoch der Punkt vergeben.

**Lösungshinweise zur Aufgabe 2c – Antwortsatz:** Es genügt, eine richtig gerechnete Rechenmauer anzugeben, bei der keine Zahl auf den Steinen mehrfach verwendet wird. Es gibt dafür zwei Möglichkeiten für die 2. Zeile:



A und B müssen mindestens 3 sein, weil in der vierten Zeile (1 + 1 =) 2 nicht zulässig ist. Also kann nur A = 4 und B = 3 (bzw. A = 3 und B = 4) eingetragen werden. In der 4. Zeile sind aber dann (2 + 2 =) 4 oder (1 + 3) = 4 nicht zulässig.

Ist in der 2. Zeile statt 7 eine noch kleinere Zahl eingetragen, gelingt es ebenfalls nicht.

Lösungshinweise zur Aufgabe 3a: Vorbemerkung: Mit diesen beiden Rechenschritten können wir für jede beliebige Startzahl den Wert 20 erreichen. Wir multiplizieren zunächst wiederholt mit 2, bis der Wert größer als 20 wird. Dann subtrahieren wir wiederholt die Zahl

2, bis wir 20 erreichen. Allerdings kann die Anzahl der Rechenschritte dabei groß werden, beispilesweise

Startzahl 1 
$$\rightarrow$$
 1 · 2 = 2  $\rightarrow$  2 · 2 = 4  $\rightarrow$  2 · 4 = 8  $\rightarrow$  8 · 2 = 16  $\rightarrow$  16 · 2 = 32  $\rightarrow$  32 - 2 = 30  $\rightarrow$  30 - 2 = 28  $\rightarrow$  28 - 2 = 26  $\rightarrow$  26 - 2 = 24  $\rightarrow$  24 - 2 = 22  $\rightarrow$  22 - 2 = 20: 11 Rechenschritte

**Antwortsatz zur Aufgabe 3a:** Kreisa hat recht, es sind weniger als 8 Rechenschritte erforderlich.

Begründung: Wir geben für jede Startzahl eine Reihenfolge der Rechenschritte an:

Startzahl 1 
$$\rightarrow$$
 1 · 2 = 2  $\rightarrow$  2 · 2 = 4  $\rightarrow$  2 · 4 = 8  $\rightarrow$  8 - 2 = 6  $\rightarrow$  6 · 2 = 12  $\rightarrow$  12 - 2 = 10  $\rightarrow$  10 · 2 = 20: 7 Rechenschritte

Startzahl 2 
$$\rightarrow$$
 2 · 2 = 4  $\rightarrow$  2 · 4 = 8  $\rightarrow$  8 - 2 = 6  $\rightarrow$  6 · 2 = 12  $\rightarrow$  12 - 2 = 10  $\rightarrow$  10 · 2 = 20: 6 Rechenschritte

Startzahl 
$$3 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow 6 \cdot 2 = 12 \rightarrow 12 - 2 = 10 \rightarrow 10 \cdot 2 = 20$$
: 4 Rechenschritte

Startzahl 
$$4 \rightarrow 2 \cdot 4 = 8 \rightarrow 8 - 2 = 6 \rightarrow 6 \cdot 2 = 12 \rightarrow 12 - 2 = 10 \rightarrow 10 \cdot 2 = 20$$
: 5 Rechenschritte

Startzahl 5 
$$\rightarrow$$
 5 · 2 = 10  $\rightarrow$  10 · 2 = 20: 2 Rechenschritte

Startzahl 6 
$$\rightarrow$$
 6 · 2 = 12  $\rightarrow$  12 – 2 = 10  $\rightarrow$  10 · 2 = 20: 3 Rechenschritte

**Antwortsatz zur Aufgabe 3b:** Quadrato kann mit den geänderten Regeln nicht für jede Startzahl die Zahl 20 erreichen.

Begründung: Startet Quadrato mit einer ungeraden Zahl, so entsteht nach jedem Rechenschritt bei Multiplikation mit 3 wieder eine ungerade Zahl. Ebenso entsteht aus einer ungeraden Zahl nach jedem Rechenschritt mit Subtraktion der Zahl 2 wieder eine ungerade Zahl. Also kann Quadrato mit ungerader Startzahl nicht auf die gerade Zahl 20 kommen.

Hinweis: Startet Quadrato mit einer geraden Zahl, ist 20 erreichbar, zum Beispiel

Startzahl 2 
$$\rightarrow$$
 2 · 3 = 6  $\rightarrow$  6 - 2 = 4  $\rightarrow$  4 · 3 = 12  $\rightarrow$  12 - 2 = 10  $\rightarrow$  10 - 2 = 8  $\rightarrow$  8 · 3 = 24  $\rightarrow$  24 - 2 = 22  $\rightarrow$  22 - 2 = 20: 8 Rechenschritte

(Die Startzahlen 4 und 6 sind in diesen Rechenschritten enthalten, für sie gelingt es also auch.)